

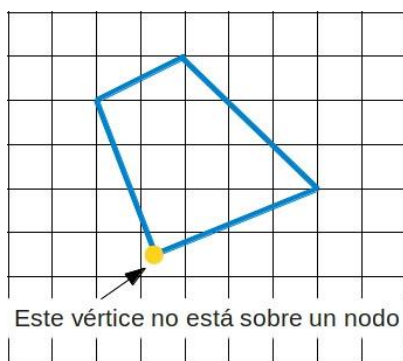
# TEOREMA DE PICK

Normalmente utilizamos las fórmulas clásicas para calcular el área de polígonos. En ocasiones, para poder aplicarlas, hay que descomponer la figura en otras más sencillas.

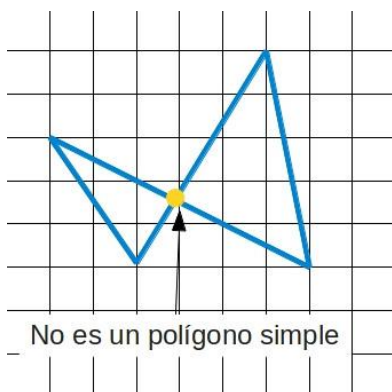
Hoy presentamos otra alternativa muy visual. Básicamente, contando puntitos. Para ello sólo vamos a necesitar papel cuadriculado y lápiz.

## REGLAS:

- Aceptamos que cada cuadradito tiene área 1. A los puntos de corte entre las líneas horizontales y verticales de la cuadrícula los llamamos **nodos**. Los puntos del borde del polígono (los que lo dibujan), se llaman **puntos frontera**.
- Todos los polígonos que pintemos sobre el papel cuadriculado deben cumplir las siguientes dos reglas:
  - 1) Los vértices del polígono deben estar situados sobre nodos de la cuadrícula. El polígono de la figura no es válido, por ejemplo.



- 2) Debe ser un polígono simple, es decir, que los lados del polígono no se crucen entre ellos, como por ejemplo en la siguiente figura que representa a un polígono no simple.

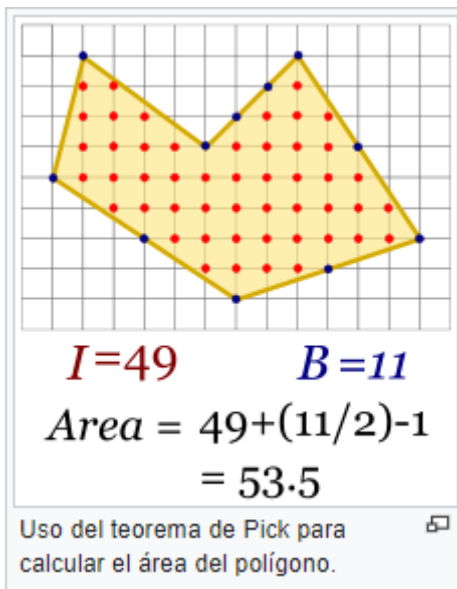


## ❖ Teorema de Pick

Sea un polígono simple cuyos vértices tienen coordenadas enteras. Si  $B$  es el número de puntos enteros en el borde (puntos frontera),  $I$  el número de puntos enteros en el interior del polígono, entonces el área  $A$  del polígono se puede calcular con la fórmula:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1.$$

## ❖ Ejemplo

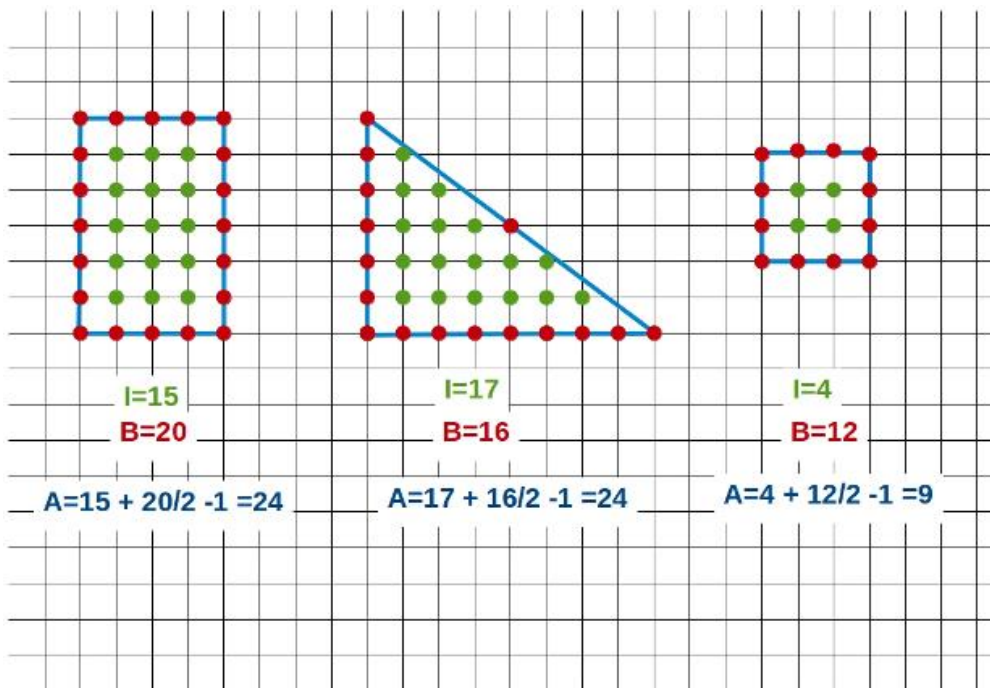


¿Nos fiamos?

Podemos comprobar que esta fórmula funciona con polígonos sencillos para los que sabemos calcular sin dificultad el área.

En la siguiente figura tenemos un rectángulo de base 4 y altura 6. Os recuerdo que cada cuadradito de nuestra malla tiene área 1, por lo tanto, sería un rectángulo de área 24. El triángulo central tiene una base de longitud 8 y una altura de 6 -su área es de 24 también-. Por último, el cuadrado de la derecha tiene un lado de longitud 3, lo que nos da un área de 9.

Vamos a calcular sus áreas según la fórmula de Pick. Para ello hemos señalado en rojo los nodos de la frontera, los que nos dan el valor de B, y en verde los nodos interiores al polígono, que nos darán el valor de I y... ¡tachán!



### ¡A PRACTICAR!

Realiza un dibujo para practicar y llevar a la pizarra (lo sujetaremos con blue-tack o la proyectaremos(foto)). El resto de los compañeros calcularán el área utilizando el teorema de Pick.

**Reflexiona:** ¿Es lo mismo nodo que vértice?

¿Qué son las líneas poligonales? ¿Cuáles utilizamos aquí?

## Línea Poligonal

Una línea poligonal es la que se forma cuando unimos segmentos de recta de un plano.

Una línea poligonal es abierta, si los segmentos extremos no coinciden en un mismo punto y, una línea poligonal es cerrada, cuando los segmentos extremos sí coinciden en un mismo punto.

